

Défi n°1 :

Soit une fonction f de classe C^1 sur \mathbb{R} , telle que $f(0) = 0$ et $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = e^{-xf(x)}$

On pose $g : x \mapsto (f(x) + f(-x))^2$, étudier les variations de g sur \mathbb{R}

Que peut-on en déduire pour la fonction f ?

Défi n°2 :

Soit $S_n = \sum_{p=1}^{2n} (-1)^p \ln\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, calculer $\exp(S_n)$ à l'aide de factoriels

Défi n°3 :

Montrer que $\int_0^x |\sin t| dt \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{2}{\pi} x$

Défi n°4 :

Pour deux fonctions réelles continues sur \mathbb{R}_+ , on définit le produit de convolution :

$$f * g(x) = \int_0^x f(x-t)g(t)dt$$

Montrer que $x \mapsto f * g(x)$ est continue sur \mathbb{R}_+